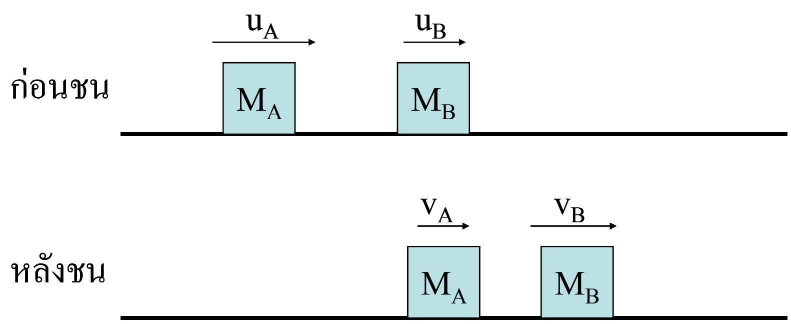
แนวการตรวจให้คะแนน (Marking Scheme) ข้อสอบทฤษฎี

ข้อ 1. การถ่ายโอนพลังงานจากมวลชนกันใน 1 มิติ

1.1



กฎการอนุรักษ์โมเมนตัม $M_A u_A + M_B u_B = M_A v_A + M_B v_B$ …(1) **{0.5 คะแนน}**

เนื่องจากเป็นการชนแบบยืดหยุ่น พลังงานจลน์รวมคงที่

$$\frac{1}{2}M_A u_A^2 + \frac{1}{2}M_B u_B^2 = \frac{1}{2}M_A v_A^2 + \frac{1}{2}M_B v_B^2 \quad \text{…(2)}$$

นำสมการที่ 2 มาจัดรูปใหม่

$$M_A\left(u_A^2 - v_A^2\right) = M_B\left(v_B^2 - u_B^2\right)$$

ซึ่งเมื่อเทียบกับสมการที่ 1 ได้ว่า

$$u_A + v_A = u_B + v_B \quad \text{...(3)}$$

{เขียนสมการ (2) หรือ (3) ถูก ให้ 0.5 คะแนน}

นำไปแทนค่าในสมการที่ 1

$$v_B = \frac{2M_A u_A + \left(M_B - M_A\right)u_B}{M_A + M_B} \quad \text{...(4)}$$ **{0.5 คะแนน}**

$$v_A = \frac{2M_B u_B + \left(M_A - M_B\right)u_A}{M_A + M_B} \quad \text{...(5)}$$ **{0.5 คะแนน}**

1.2 เมื่อ $u_B = 0$ จะได้ว่า

$$v_B = \frac{2M_A u_A}{M_A + M_B}$$ **{0.1 คะแนน}** และ $$v_A = \frac{\left(M_A - M_B\right)u_A}{M_A + M_B}$$ **{0.1 คะแนน}**

พลังงานจลน์ของหลังชน M_B ต่อพลังงานจลน์ตั้งต้นของ M_A

{แทนค่าได้ 0.2 คะแนน}

$$\frac{\frac{1}{2}M_B v_B^2}{\frac{1}{2}M_A u_A^2} = \frac{4M_A M_B}{(M_A + M_B)^2} \quad \text{…(6)}$$ **{ถูกได้ 0.2 คะแนน}** $\left[= 1 \quad for\ M_A = M_B\right]$

พลังงานจลน์ที่เหลือของ M_A ต่อพลังงานจลน์ตั้งต้นของ M_A

{แทนค่าได้ 0.2 คะแนน}

$$\frac{\frac{1}{2}M_A v_A^2}{\frac{1}{2}M_A u_A^2} = \left(\frac{M_B - M_A}{M_A + M_B}\right)^2 \ldots(7)$$ **{ถูกได้ 0.2 คะแนน}**

1.3 ให้ R เป็นอัตราส่วนของพลังงานที่มวล M_B ได้รับต่อพลังงานตั้งต้นของ M_A
พลังงานที่ M_B เกิดจากการส่งผ่านมาจากการชนของ m เนื่องจากเกิดการชนทั้งหมดสองครั้ง

$$R = \frac{4M_A m}{(M_A + m)^2} \times \frac{4mM_B}{(m + M_B)^2} \ldots(8)$$ **{1.5 คะแนน ตัวแปรสลับที่กันได้}**

R มีค่ามากที่สุดเมื่อ $\frac{\partial R}{\partial m} = 0 \ldots(9)$ **{0.5 คะแนน}**

$$\frac{\partial R}{\partial m} = \frac{\partial}{\partial m}\left(\frac{m^2}{\left(M_A M_B + M_A m + M_B m + m^2\right)^2}\right)$$

$$0 = \frac{2m}{(\ldots)^2} - \frac{2m^2\left(M_A + M_B + 2m\right)}{(\ldots)^3}$$

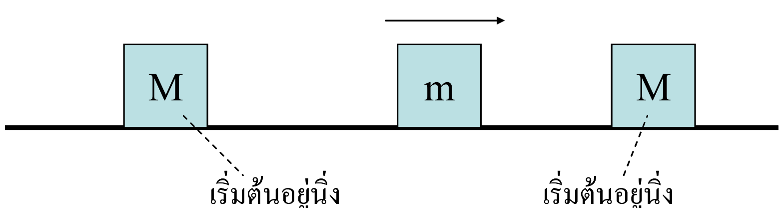
$$0 = 2m\left(M_A M_B + M_A m + M_B m + m^2\right) - 2m^2\left(M_A + M_B + 2m\right) \ldots(9)$$ **{1.0 คะแนน}**

$$0 = m\left(M_A M_B - m^2\right)$$

$$m = 0 \text{ or } m = \sqrt{M_A M_B}$$

$m = 0$ นั้นไม่ใช่คำตอบเพราะทำให้ $R = 0$ ดังนั้นคำตอบคือ $m = \sqrt{M_A M_B}$

1.4



จากสมการในข้อ 1.2 พบว่าพลังงานของมวล M_A ลดลงน้อยมากหากว่า $M_A << M_B$ และในกรณีนี้มวล M_A จะเคลื่อนที่ถอยหลังในขณะที่มวล M_B มีความเร็วสุดท้ายนิดหน่อย
นั่นคือในกรณีที่ m อยู่ระหว่างมวล M แล้วมวล m จะเคลื่อนที่ชนมวลทั้งสองแบบกลับไปกลับมา เนื่องจากในแต่ละครั้ง m จะสูญเสียพลังงานให้กับ M นิดหน่อย เราพอประมาณได้ว่ามวล M ทั้งสองจะได้รับพลังงานเฉลี่ยเท่าๆกันจากการชนของมวล m

ให้ u คืออัตราเร็วต้นของ m
ให้ V คืออัตราเร็วของ M หลังจากมวล m มีพลังงานเหลือครึ่งหนึ่ง

จากกฎการอนุรักษ์พลังงาน

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}mu^2\right) = 2 \times \frac{1}{2}MV^2$$

$$V = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{m}{M}}u$$

ซึ่งน้อยกว่า u ในกรณีที่โจทย์กำหนดว่า $m << M$ นั่นคือในทุกขณะอัตราเร็วของ *M* จะน้อยกว่าของ *m* มากๆ เสมอ **(นักเรียนไม่จำเป็นต้องอธิบายข้างบนนี้)**

ในแต่ละครั้งของการชนเราจะสมมุติว่า $V \approx 0$ เนื่องจาก $m << M$ **{1.0 คะแนน}**
{ถ้าบอกเหตุผลให้ 0.5}

ดังนั้นในการชนแต่ละครั้งมวล m จะมีสัดส่วนของพลังงานที่เหลือกับพลังงานตั้งต้นเท่ากับ $\left(\frac{m-M}{m+M}\right)^2$
(โดยใช้ผลจากข้อ 1.2) **{0.5 คะแนน}**

หลังจากการชนจำนวน n ครั้งจะเหลือสัดส่วนของพลังงาน $= \left(\frac{m-M}{m+M}\right)^{2n}$ **{1.0 คะแนน}**

ดังนั้น

$$\frac{1}{2} = \left(\frac{m-M}{m+M}\right)^{2n} = \left(\frac{M-m}{M+m}\right)^{2n} \approx \left(1-2\frac{m}{M}\right)^{2n} \approx 1-4n\frac{m}{M}$$ **{1.0 คะแนน}**

ดังนั้น $n \approx \frac{1}{8}\frac{M}{m}$ **{0.5 คะแนน}**

หรือ $\frac{1}{2} = \left(\frac{m-M}{m+M}\right)^{2n} \Rightarrow -\ln 2 = 2n\ln\left(\frac{M-m}{m+M}\right) \Rightarrow n = \frac{-\ln 2}{2\ln\left(\frac{M-m}{M+m}\right)}$

<u>ข้อ 2. พลังงานศักย์ไฟฟ้าของระบบประจุในระนาบ</u>

2.1 **[รวม 1.5 คะแนน]** ค่าพลังงานในการนำโปรตอนทั้ง 4 ตัวจากระยะอนันต์มาไว้ที่มุมทั้ง 4 ของสี่เหลี่ยมจัตุรัส

นำโปรตอนตัวแรกมาวางที่มุมที่ 1 พลังงาน = 0

นำโปรตอนตัวที่สองมาวางที่ด้านเดียวกัน พลังงาน = $\dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 a}$

นำโปรตอนตัวที่สามมาวาง พลังงาน = $\dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 a} + \dfrac{e^2}{4\sqrt{2}\pi\varepsilon_0 a}$

นำโปรตอนตัวที่สี่มาวาง พลังงาน = $\dfrac{2e^2}{4\pi\varepsilon_0 a} + \dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 \sqrt{2}a}$

รวมพลังงาน = $\dfrac{(4+\sqrt{2})e^2}{4\pi\varepsilon_0 a}$ หรือ $\dfrac{(4+\sqrt{2})ke^2}{a}$

{ถ้าตอบถูกโดยไม่อธิบายให้ 1.2 คะแนน }

{ถ้าอธิบายพลังงานการนำประจุเข้ามาแต่ละขั้นได้ถูก แต่คำตอบรวมผิด ให้ขั้นที่ถูกขั้นละ 0.3}

2.2 **[รวม 1.0 คะแนน]**

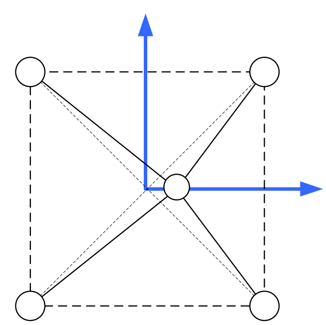
ตำแหน่งต่ำสุด คือ พิกัด (0,0) **{0.5 คะแนน}**

โดยพิจารณาจากความสมมาตร

มีค่าศักย์ไฟฟ้า = $\dfrac{\sqrt{2}e}{\pi\varepsilon_0 a}$ หรือ $\dfrac{4\sqrt{2}ke}{a} \approx 5.657\dfrac{ke}{a}$ **{0.5 คะแนน}**

2.3 **[รวม 2.5 คะแนน]**

ค่าพลังงานศักย์เป็นฟังก์ชันของ x จะเขียนได้เป็น



$$E_p = \frac{2ke^2}{d_1} + \frac{2ke^2}{d_2}$$

$$= \frac{2ke^2}{\sqrt{\left(\frac{a}{2}+x\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}} + \frac{2ke^2}{\sqrt{\left(\frac{a}{2}-x\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}}$$

$$= \frac{4ke^2}{a}\left(\left(\left(1+\frac{2x}{a}\right)^2+1\right)^{-\frac{1}{2}} + \left(\left(1-\frac{2x}{a}\right)^2+1\right)^{-\frac{1}{2}}\right)$$

สมการใดก็ได้ที่สมมูลกับสมการข้างต้น **{0.5 คะแนน}**

หาค่าพลังงานศักย์ที่ $x = -2a, -0.5a, -0.25a, 0$ จะได้

$x = -2a$

$$E_p = 4\left(\frac{1}{\sqrt{10}} + \frac{1}{\sqrt{26}}\right)\frac{ke^2}{a} = 2.049\frac{ke^2}{a}$$ **{0.3}**

$x = -0.5a$

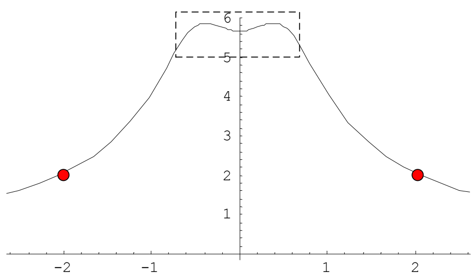
$$E_p = 4\left(1+\frac{1}{\sqrt{5}}\right)\frac{ke^2}{a} = 5.789\frac{ke^2}{a}$$ **{0.3}**

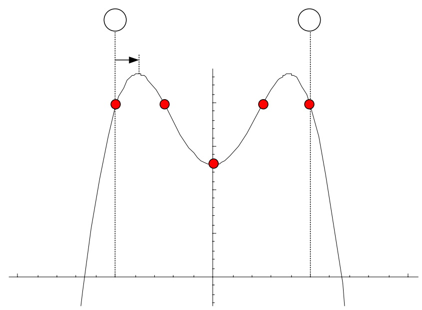
$x = -0.25a$

$$E_p = 4\left(\frac{2}{\sqrt{5}} + \frac{2}{\sqrt{13}}\right)\frac{ke^2}{a} = 5.797\frac{ke^2}{a}$$ **{0.3}**

$x = 0$

$$E_p = 4\sqrt{2}\frac{ke^2}{a} = 5.657\frac{ke^2}{a}$$ {ให้คะแนนในข้อย่อยที่แล้วไปแล้ว}





เขียนกราฟได้ถูกต้องจากค่าที่ $-2a, -0.5a, -0.25a, 0$ **{0.5}**

รูปร่างเป็นหลังอูฐคู่ (Double camel back) ให้ **{0.6}**

ไม่ระบุแกนหรือสเกลอย่างถูกต้อง หัก **{-0.5}**

2.4 **[รวม 2.0 คะแนน]**

จุดที่ให้ค่าพลังงานศักย์สูงสุด คือ $x \approx \pm 0.39a$ โดยได้ค่า $E_p \approx 5.866\frac{ke^2}{a}$

หาค่าอัตราเร็วเริ่มต้นได้จาก $E_{k0} = \frac{1}{2}m_e v_0^{\ 2} = E_{p,\max} \approx 5.866\frac{ke^2}{a}$

ได้ $v_0 \approx \sqrt{2 \times 5.866\frac{ke^2}{m_e a}} = 3.425\sqrt{\frac{ke^2}{m_e a}}$

ทั้งนี้ การหา Exact Solution จะยากมาก แต่นักเรียนสามารถทำส่วนนี้โดยการประมาณได้หลายวิธี เช่น

1) วิเคราะห์จากแนวกราฟและทราบว่าจุดสูงสุดอยู่ระหว่าง $-0.5a$ และ $-0.25a$ หลังจากนั้นใช้การกระจายฟังก์ชันรอบจุด $-0.5a$ ให้เหลือในรูปโพลิโนเมียลดีกรีสอง แล้วหาค่าจุดสูงสุดด้วยการหาอนุพันธ์แล้วแทนค่าเป็นศูนย์ $E_p\ (ke^2$
2) แบ่งส่วนแล้วกดเครื่องคิดเลขหาค่าโดยประมาณ
3) ผลรวมของแรงเป็นศูนย์ (Maximum Potential)

ได้ x ผิดพลาดจากค่าข้างต้นไม่เกิน $\underline{+}0.02a$ **{ให้ 1.0 คะแนน}**

(ถ้าเกิน $\underline{+}0.02a$ แต่ไม่เกิน $\underline{+}0.05a$ {ให้ 0.5 คะแนน})

ได้ E_p ระหว่าง $5.85\frac{ke^2}{a} \le E_p \le 5.87\frac{ke^2}{a}$ **{ให้ 0.5 คะแนน}**

ได้ค่า E_p อยู่ในช่วงที่ได้คะแนนข้างต้นและคำนวณอัตราเร็วเริ่มต้นได้ถูกต้อง **{ให้ 0.5 คะแนน}**

<u>ตัวอย่างการคำนวณ</u>

เพื่อความสะดวกในการคำนวณ ทำการย้ายแกน โดยย้ายจุด Origin มาไว้ที่กึ่งกลางด้านซ้าย ดังรูป ทำการคำนวณค่า x' $(x' = x + \frac{a}{2})$ ที่ให้ค่าพลังงานศักย์สูงสุด (โดยทราบว่า x' มีค่าน้อย) ทำโดยหาค่าพลังงานศักย์เป็นฟังก์ชันของ x' หลังจากนั้นทำการหาจุดที่ $\frac{\partial E_p}{\partial x'} = 0$

สำหรับ x' เล็กๆ จะกระจายเทอมแล้วตัดถึงเฉพาะเทอม x'^2

$$E_p \approx 4ke^2\left[\frac{1}{a} - \frac{2x'^2}{a^3} + \frac{1}{\sqrt{5}a} + \frac{4x'}{5\sqrt{5}a^2} - \frac{2x'^2}{5\sqrt{5}a^3} + \frac{24x'^2}{25\sqrt{5}a^3}\right]$$

$$\approx \frac{4ke^2}{\sqrt{5}a}\left[\sqrt{5} - \frac{2\sqrt{5}x'^2}{a^2} + 1 + \frac{4x'}{5a} - \frac{2x'^2}{5a^2} + \frac{24x'^2}{25a^2}\right]$$

หาอนุพันธ์เทียบกับ x' แล้วให้เป็น 0 (หาจุดที่ความชันเป็นศูนย์)

$$\frac{dE_p}{dx'} \approx \frac{4ke^2}{\sqrt{5}a}\left[-\frac{4\sqrt{5}x'}{a^2} + \frac{4}{5a} - \frac{4x'}{5a^2} + \frac{48x'}{25a^2}\right]$$

$$\approx \frac{4ke^2}{\sqrt{5}a^2}\left[\frac{4}{5} + \left(-4\sqrt{5} - \frac{4}{5} + \frac{48}{25}\right)\frac{x'}{a}\right] \approx 0$$

$$0 \approx \left[\frac{4}{5} + \left(-4\sqrt{5} + \frac{28}{25}\right)\frac{x'}{a}\right]$$

$$\approx 20 + (28 - 100\sqrt{5})\frac{x'}{a}$$

$$x' \approx \frac{20}{100\sqrt{5} - 28}a \approx 0.10225a$$

แทนค่า $x' = 0.102a$ หาค่ากำแพงศักย์ $E_{p,max}$ ได้

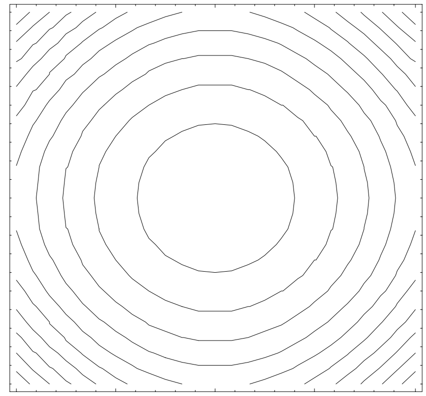
$$E_{p,\max} \approx 4ke^2\left[(4\times 0.102^2 a^2 + a^2)^{-\frac{1}{2}} + (5a^2 - 8a\times 0.102a + 4\times 0.102^2 a^2)^{-\frac{1}{2}}\right]$$

$$\approx \left(\frac{1}{\sqrt{4\times 0.102^2 + 1}} + \frac{1}{\sqrt{4\times 0.102^2 + 5 - 8\times 0.102}}\right)\frac{4ke^2}{a}$$

$$\approx (0.9798 + 0.4865)\frac{4ke^2}{a} \approx \frac{5.865ke^2}{a}$$

2.5 **[รวม 3.0 คะแนน]** เนื่องจากการสั่นที่แอมปลิจูดเล็กๆในระบบนี้มี Angular symmetry คือการสั่นในแนวต่างๆ เหมือนกันทุกองศา ดังจะเห็นได้จาก Contour Plot ของพลังงานศักย์ที่ บริเวณเล็กๆ รอบจุดสมดุลมีรูปร่างเป็น วงกลมสมบูรณ์ ดังนั้น จะแสดงการคำนวณเฉพาะในแนวแกน x

{นักเรียนสามารถหาการสั่นในแนวใดก็ได้}



{การหาแรง นักเรียนสามารถหาได้จาก $\vec{F} = -\vec{\nabla} E_p$ หรือ $\vec{F} = q\vec{E}$ เฉลยนี้แสดงเพียงวิธีแรก}

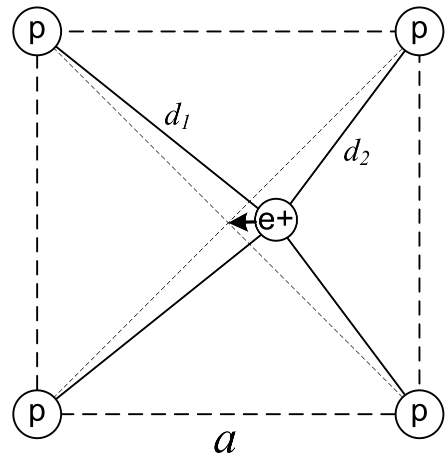
{นอกจากนั้นนักเรียนอาจเลือกการสั่นในแนว 45 องศา จากแกน x จะหาคำตอบได้ง่ายขึ้น}

เมื่อโพสิตรอนถูกผลักออกจากจุดสมดุลเป็นระยะทาง x ตามแนวแกน x ค่าพลังงานศักย์มีค่าเป็น

$$E_p(x) = \frac{2ke^2}{d_1} + \frac{2ke^2}{d_2}$$

$$= 2ke^2 \left[\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2} + x\right)^2}} + \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2} - x\right)^2}} \right]$$

$$= 2ke^2 \left[\frac{1}{\sqrt{\frac{a^2}{2} + ax + x^2}} + \frac{1}{\sqrt{\frac{a^2}{2} - ax + x^2}} \right]$$



หาแรงจาก

$$F(x) = -\frac{\partial E_p(x)}{\partial x} = -Kx$$

$$= -2ke^2 \left(-\frac{1}{2} \frac{a+2x}{\left(a^2/2 + ax + x^2\right)^{3/2}} - \frac{1}{2} \frac{-a+2x}{\left(a^2/2 - ax + x^2\right)^{3/2}} \right)$$

$$= ke^2 \left(\frac{a+2x}{\left(a^2/2 + ax + x^2\right)^{3/2}} + \frac{-a+2x}{\left(a^2/2 - ax + x^2\right)^{3/2}} \right)$$

{เขียนสมการแรงได้ถูกต้อง (อาจจัดรูปได้แบบอื่น)} **{1.0 คะแนน}**

สำหรับ $x<<a$

$$F(x)=ke^2\left(\frac{a+2x}{\left(a^2/2+ax\right)^{3/2}}+\frac{-a+2x}{\left(a^2/2-ax\right)^{3/2}}\right)$$

$$=\frac{ke^2}{a^{3/2}}\left(\frac{a+2x}{\left(a/2+x\right)^{3/2}}+\frac{-a+2x}{\left(a/2-x\right)^{3/2}}\right)$$

$$=\frac{ke^2}{a^{3/2}}\left((a+2x)\left[\left(\frac{a}{2}\right)^{-3/2}-\frac{3}{2}\left(\frac{a}{2}\right)^{-5/2}x\right]+(-a+2x)\left[\left(\frac{a}{2}\right)^{-3/2}+\frac{3}{2}\left(\frac{a}{2}\right)^{-5/2}x\right]\right)$$

$$=\frac{ke^2}{a^3}\left((a+2x)(2\sqrt{2}-6\sqrt{2}\frac{x}{a})+(-a+2x)(2\sqrt{2}+6\sqrt{2}\frac{x}{a})\right)$$

$$=\frac{\sqrt{2}ke^2}{a^3}\left(2a-6x+4x-\frac{12x^2}{a}-2a-6x+4x+\frac{12x^2}{a}\right)$$

$$\boxed{F(x)=-\frac{4\sqrt{2}ke^2}{a^3}\left(x\right)}$$

หาสมการแรงได้ถูกต้อง **{1.5 คะแนน}**

ดังนั้น $K=\frac{4\sqrt{2}ke^2}{a^3}$ **{0.25 คะแนน}**

และ $\omega=\sqrt{\frac{K}{m_e}}=\sqrt{\frac{4\sqrt{2}ke^2}{a^3m_e}}$ **{0.25 คะแนน}**

ข้อ 3 ผลจากการไหลของของไหล

เมื่ออากาศไหลระหว่างแผ่นกลมทั้งสองจะทำให้เกิดผลต่างของความดันเกิดขึ้นระหว่างภายในและภายนอก ผลต่างของความดันนี้ทำให้เกิดแรงยกขึ้นได้

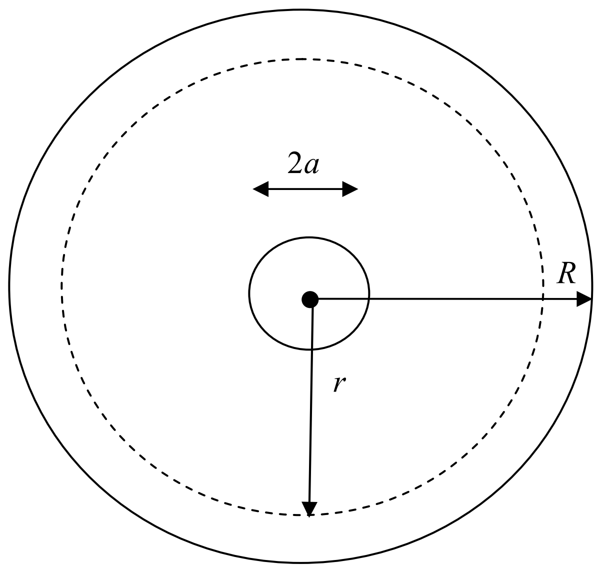
แรงยก = แรงเนื่องจากผลต่างความดัน - แรงเนื่องจากการเปลี่ยนโมเมนตัมที่ปลายท่อ

3.1 **[รวม 2.0 คะแนน]** การคำนวณหาอัตราการไหลที่ตำแหน่ง r นั้นเราสังเกตว่าแผ่นกลมมีความสมมาตร ดังนั้นอัตราการไหลที่ระยะห่าง r จะเท่ากันทุกจุด ความเร็วของการไหลนี้สามารถคำนวณได้จากอัตราการไหล ตั้งต้น

ให้ v = ความเร็วของลม ที่ r

อัตราการไหล = $\pi a^2 v_0$ m^3/s (ออกจากท่อลม) **{0.5 คะแนน}**

ต้องเท่ากับ $= 2\pi r t v$ m^3/s **{0.5 คะแนน}**



ดังนั้น $v = \dfrac{\pi a^2 v_0}{2\pi r t} = \dfrac{a^2 v_0}{2t} \cdot \dfrac{1}{r} = \dfrac{K}{r}$ เมื่อ $K = \dfrac{a^2 v_0}{2t}$ **{1.0 คะแนน}**

3.2 **[รวม 2.0 คะแนน]**

ให้ P คือ ความดันที่ตำแหน่ง r

V คืออัตราเร็วอากาศบริเวณขอบของแผ่นกลม

ดังนั้น $V = \dfrac{K}{R}$ **{0.5 คะแนน}**

พิจารณา Flow Line จากตำแหน่ง r ไปยังบริเวณขอบของแผ่นกลม (ที่รัศมี R)

จาก Bernoulli's equation ของการไหลจาก r ไปที่ R

$$P + \frac{1}{2}\rho v^2 = P_0 + \frac{1}{2}\rho V^2$$ **{0.5 คะแนน}**

ดังนั้น $$P = P_0 + \frac{1}{2}\rho\frac{K^2}{R^2} - \frac{1}{2}\rho\frac{K^2}{r^2}$$ **{1.0 คะแนน}**

3.3 **[รวม 3.0 คะแนน]**

หากแบ่งแผ่นกลมเป็นวงแหวนหนา dr แรงที่กระทำทั้งหมดสามารถหาได้จากการแบ่งแผ่นวงกลมเป็นวงแหวน

แรงเนื่องจากความดัน $= \int_a^R (P_0 - P)\cdot 2\pi r dr$ **{1.5 คะแนน}**

$= \int_a^R \left(\frac{1}{2}\rho K^2\right)\left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{R^2}\right)\cdot 2\pi r dr$ **{0.5 คะแนน}**

$= \frac{1}{2}\rho K^2 \cdot 2\pi \left(\ln r - \frac{1}{2}\frac{r^2}{R^2}\right)_a^R$ **{0.5 คะแนน}**

$= \pi\rho K^2 \left[\ln\frac{R}{a} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\frac{a^2}{R^2}\right]$ **{0.5 คะแนน}**

3.4 **[รวม 2.0 คะแนน]**

แรงเนื่องจากการเปลี่ยนโมเมนตัมต่อเวลาที่ปลายท่อกลมที่ลมถูกพ่นลงมา $= \rho\pi a^2 v_0 \times v_0 = \rho\pi a^2 v_0^2$

{2.0 คะแนน}

(เช่นเดียวกับแรงลมที่เข้าปะทะกำแพง แรงลัพธ์ที่กระทำกับพื้นที่ πa^2 จากด้านบนและด้านล่างจะเท่ากับการเปลี่ยนโมเมนตัมของลม)

3.5 **[รวม 1.0 คะแนน]**

ดังนั้นแรงยก $= \pi\rho K^2 \left[\ln\frac{R}{a} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\frac{a^2}{R^2}\right] - \rho\pi a^2 v_0^2$ ….(A)

แทนค่า $K = \frac{a^2 v_0}{2t}$ **{สมการ A หรือ B ก็ได้ 0.5 คะแนน}**

แรงรวม $= \frac{\pi\rho a^4 v_0^2}{4t^2}\left[\ln\frac{R}{a} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\frac{a^2}{R^2}\right] - \rho\pi a^2 v_0^2$ …(B)

ซึ่งแรงยกนี้ต้องมากกว่าหรือเท่ากับ มวล $\times g$ ของแผ่นกลม

มวลแผ่นกลม $m \le \frac{1}{g}\left[\frac{\pi\rho a^4 v_0^2}{4t^2}\left[\ln\frac{R}{a} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\frac{a^2}{R^2}\right] - \rho\pi a^2 v_0^2\right]$ **{0.5 คะแนน}**