ตอนที่
8.5

การตีความจากผลการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยสถิติ

การแปลผลการวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติ จะต้องคำนึงถึงระดับนัยสำคัญทางสถิติ และสมมติฐานทางสถิติที่ได้กำหนดไว้ใน

1. นัยสำคัญทางสถิติ

ระดับนัยสำคัญทางสถิติ (Statistical Significance Level) ในการทดสอบสมมติฐานทางสถิติ เราจะยอมรับสมมติฐานที่ตั้งขึ้นก็ต่อเมื่อเราคำนวณค่าความน่าจะเป็นได้มากกว่าค่าระดับนัยสำคัญทางสถิติ ซึ่งใช้แทนด้วยสัญลักษณ์ α และถ้าเราคำนวณค่าความน่าจะเป็นออกมาได้น้อยกว่า α ก็แสดงว่าเราจะปฏิเสธสมมติฐานที่ตั้ง

ถ้า $\alpha = 0.05$ และปฏิเสธสมมติฐานที่ตั้ง เรียกว่าปฏิเสธสมมติฐานอย่างมีนัยสำคัญ

ถ้า $\alpha = 0.01$ และปฏิเสธสมมติฐานที่ตั้ง เรียกว่าปฏิเสธสมมติฐานอย่างมีนัยสำคัญอย่างยิ่ง

ตัวอย่าง ถ้าเราต้องการทดสอบสมมติฐานว่าเหรียญบาทมีความสมดุล คือโอกาสที่จะเกิดหน้าหัวหรือหน้าก้อยเท่ากัน เท่ากับ $\frac{1}{2}$ หรือไม่ โดยทำการทดลองโยนเหรียญบาท 100 ครั้ง ปรากฏว่าออกหน้าหัว 60 ครั้ง

วิธีทำ เพื่อหาคำตอบสมมติฐานที่ตั้ง เราก็ต้องดูว่าความน่าจะเป็นที่เหรียญบาทที่สมดุลจะออกหน้าหัวมากกว่า 60 ครั้ง เป็นเท่าใด แล้วไปเปรียบเทียบกับระดับนัยสำคัญทางสถิติ

$$P\{X \ge 60\} = \sum_{X=60}^{100} \binom{100}{X} \left(\frac{1}{2}\right)^{x}\left(\frac{1}{2}\right)^{100-x}$$

ประมาณด้วยโค้งปกติมาตรฐาน

$$\mu = np = 100 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) = 50$$

$$\sigma = \sqrt{pqn} = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 100} = \sqrt{25} = 5$$

$$\therefore Z = \frac{59.5 - 50}{5} = 1.90$$

นำค่า Z ไปเปิดตารางหาพื้นที่ที่ $Z \geq 1.9$ จะได้เท่ากับ 0.0287

$\therefore P\{X \geq 60\} = 0.0287$

นั้นก็แสดงว่าโอกาสที่จะเกิดเหตุการณ์ที่เหรียญจะออกหน้าหัวมากกว่า 60 ครั้ง ถ้าเหรียญนั้นเป็นเหรียญสมดุล เท่ากับ 0.0287 ซึ่งมีค่าน้อยกว่า $\alpha = 0.05$ ก็แสดงว่าปฏิเสธสมมติฐานที่ตั้งว่าเหรียญสมดุลอย่างมีนัยสำคัญ แต่มีมากกว่า $\alpha = 0.01$ ก็แสดงว่ายอมรับสมมติฐานที่ตั้งว่าเหรียญสมดุลที่ระดับสำคัญอย่างยิ่ง

<u>ตอบ</u>

2. สมมติฐานทางสถิติ

สมมติฐานว่างและสมมติฐานทางเลือกอื่น (Null Hypothesis and Alternative Hypothesis)

การตั้งสมมติฐานทางสถิติ มีลักษณะเดียวกับการตัดสินคดีของศาล คือเมื่อมีผู้ต้องหา เช่น อัยการยื่นฟ้องว่า นาย ก.เป็นฆาตกร ศาลก็จะตั้งสมมติฐานว่างว่า นาย ก.เป็นผู้บริสุทธิ์ แล้วจากพยานหลักฐานที่มี สามารถจะปฏิเสธสมมติฐานว่างของ นาย ก. ได้หรือไม่ ถ้ามีพยานและหลักฐานเพียงพอที่จะปฏิเสธสมมติฐานว่างนี้ได้ นั่นก็แสดงว่ายอมรับว่า นาย ก.เป็นฆาตกร ถ้าพิจารณาให้ดีก็จะเห็นว่า สมมติฐานทางเลือกอื่นก็คือ นาย ก. เป็นฆาตกร ในทางสถิติก็เช่นเดียวกัน เพียงแต่สมมติฐานที่ตั้งนั้นจะต้องเป็นสมมติฐานทางสถิติคือเป็นสมมติฐานที่เกี่ยวกับค่าพารามิเตอร์ ปกติสมมุติฐานว่างแทนด้วยสัญลักษณ์ H_o และสมมติฐานทางเลือกอื่นแทนด้วย H_A ดังตัวอย่างเช่น

H_o : สัดส่วนความนิยมนายไข่เท่ากับ 0.8

H_A : สัดส่วนความนิยมนายไข่น้อยกว่า 0.8

อาจจะแทนด้วยสัญลักษณ์ได้ดังนี้

$H_o : P = 0.8$

$H_A : P < 0.8$

ตามปกติทั่วไปการตั้งสมมติฐานว่าง จะตั้งเป็นแบบแน่นอนตายตัว ซึ่งเรียกว่าสมมติฐานเชิงเดียว (Simple Hypothesis) โดยตั้งอยู่ในรูปของพารามิเตอร์เท่ากับค่าคงตัว ส่วนการตั้งสมมติฐานทางเลือกอื่น จะต้องเป็นแบบประกอบ (Composite Hypothesis) โดยตั้งอยู่ในรูปเป็นช่วงของพารามิเตอร์ ได้แก่ พารามิเตอร์น้อยกว่า หรือมากกว่า หรือไม่เท่ากับ ค่าคงตัวในสมมติฐานว่าง นั่นคือนอกจากจะตั้งสมมติฐานข้างต้นแล้ว อาจจะตั้งเป็น

$H_o : P = 0.8$

$H_A : P > 0.8$

หรือ $H_o : P = 0.8$

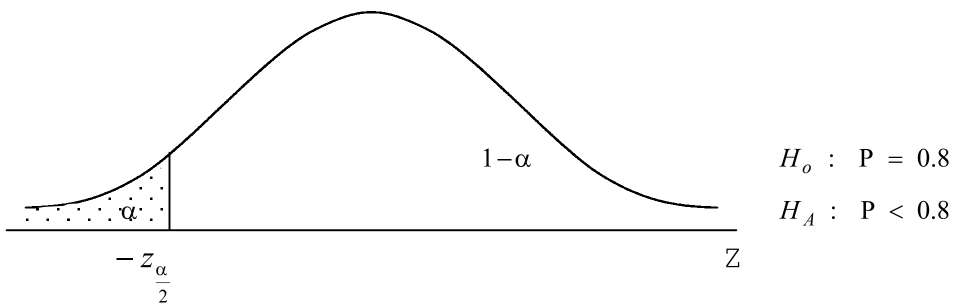
$H_A : P \neq 0.8$

การตั้งสมมติฐานแบบทางเดียวหรือสองทาง (One-tailed and Two-tailed Testing Hypothesis)

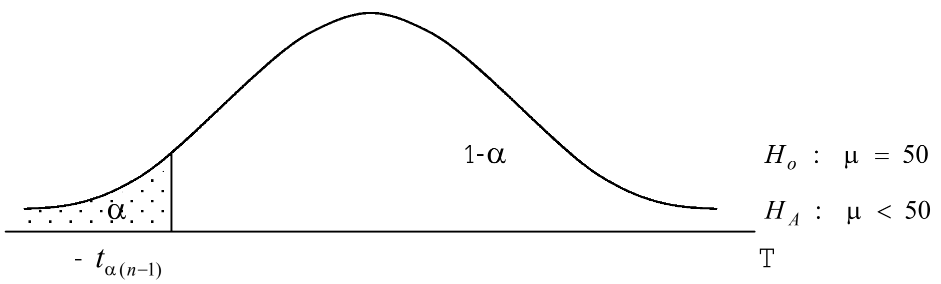
การตั้งสมมติฐานแบบทางเดียวหรือสองทาง ต่างกันตรงที่พื้นที่ของค่านัยสำคัญ (α) ในการพิจารณาว่าจะยอมรับหรือปฏิเสธสมมติฐานว่าง การตั้งสมมติฐานว่างเหมือนกันในทุกกรณี เพราะสมมติฐานว่างเป็นสมมติฐานที่เราตั้งไว้เพื่อปฏิเสธ นั่นคือถ้ามีข้อมูลเพียงพอก็จะปฏิเสธสมมติฐานว่างเพื่อไปยอมรับสมมติฐานทางเลือกอื่นที่เราคาดว่าจะเป็น บางทีเราเรียกสมมติฐานทางเลือกอื่นว่าเป็นสมมติฐานของการวิจัย เพราะมีทิศทางที่เราคาดการว่าจะมากกว่า น้อยกว่า หรือไม่เท่ากับ ค่าพารามิเตอร์ที่เราสนใจ ซึ่งสามารถพิจารณาได้เป็นกรณี ๆ ดังต่อไปนี้

การทดสอบทางเดียวข้างน้อย

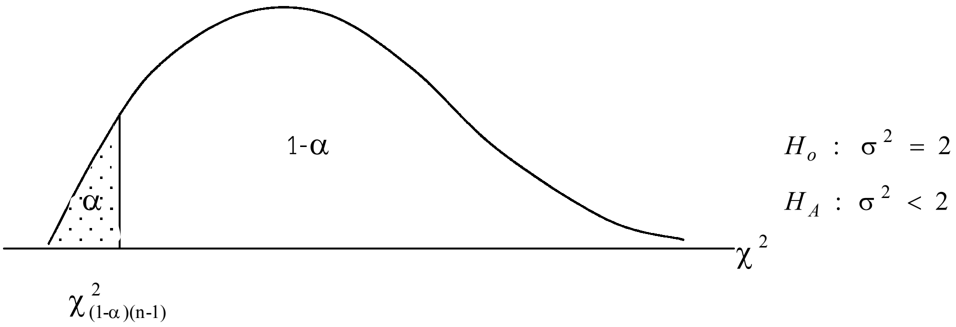
เป็นการตั้งสมมติฐานในกรณีที่เราคาดว่า ถ้ามีการปฏิเสธสมมติฐานว่างแล้ว สมมติฐานทางเลือกอื่นก็คือค่าพารามิเตอร์จะต้องน้อยกว่าค่าคงตัวในสมมติฐานว่าง พิจารณาได้จากภาพ



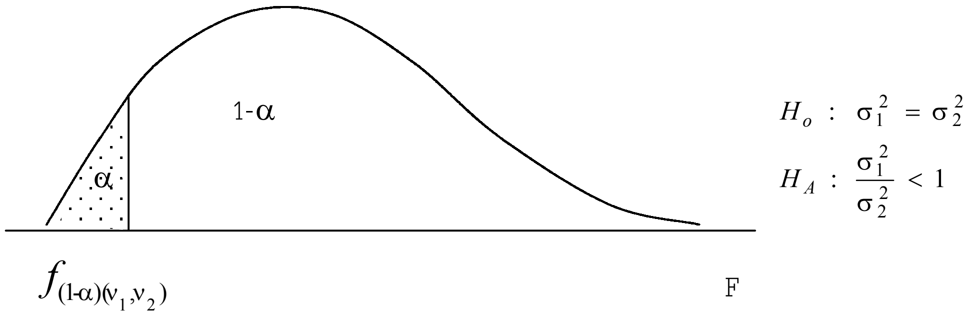
ภาพที่ 8.1 **แสดงพื้นที่ของการปฏิเสธสมมติฐานว่างในกรณีเป็นการทดสอบเดียวข้างน้อย และการแจกแจงของตัวประมาณค่าแบบปกติมาตรฐาน**



ภาพที่ 8.2 **แสดงพื้นที่ของการปฏิเสธสมมติฐานว่างในกรณีเป็นการทดสอบทางเดียวข้างน้อย และการแจกแจงของตัวประมาณค่าเป็นแบบ t**



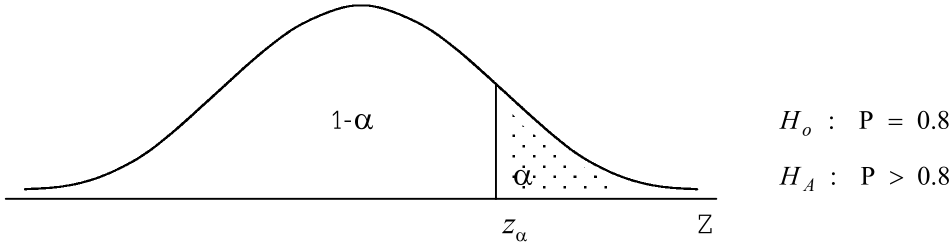
ภาพที่ 8.3 **แสดงพื้นที่ของการปฏิเสธสมมติฐานว่างในกรณีเป็นการทดสอบทางเดียวข้างน้อยและการแจกแจงของตัวประมาณค่าเป็นแบบ** χ^2



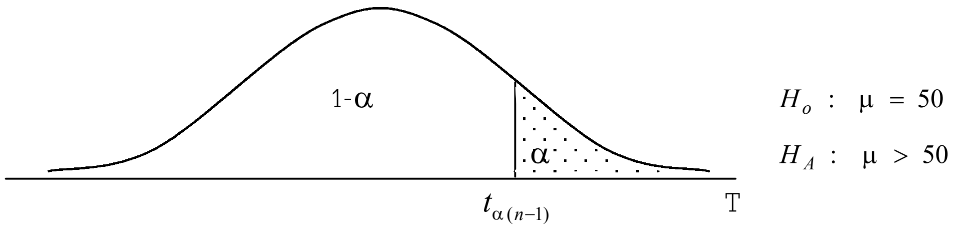
ภาพที่ 8.4 **แสดงพื้นที่ของการปฏิเสธสมมติฐานว่างในกรณีเป็นการทดสอบทางเดียวข้างน้อยและการแจกแจงของตัวประมาณค่าเป็นแบบ F**

การทดสอบทางเดียวข้างมาก

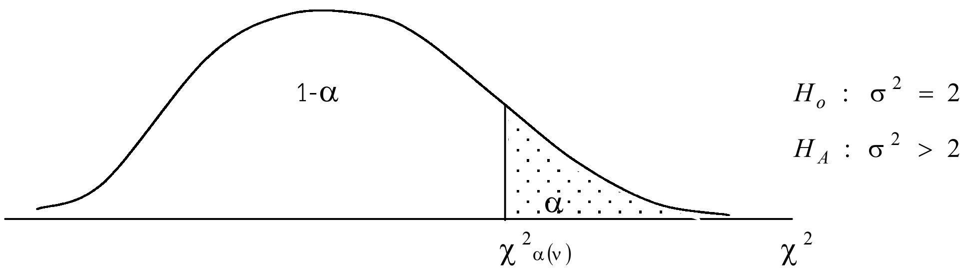
เป็นการตั้งสมมติฐานในกรณีที่เราคาดว่า ถ้ามีการปฏิเสธสมมติฐานว่างแล้วสมมติฐานทางเลือกอื่นก็คือค่าพารามิเตอร์ จะต้องมากกว่าค่าคงตัว ในสมมติฐานว่าง พิจารณาได้จากภาพ



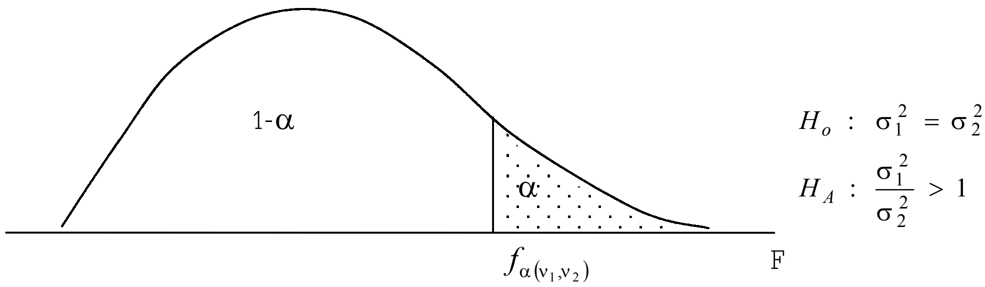
ภาพที่ 8.5 **แสดงพื้นที่ของการปฏิเสธสมมติฐานว่างในกรณีที่เป็นการทดสอบทางเดียวข้างมากและการแจกแจงของตัวประมาณค่าเป็นแบบปกติมาตรฐาน**



ภาพที่ 8.6 **แสดงพื้นที่ของการปฏิเสธสมมติฐานว่างในกรณีที่เป็นการทดสอบทางเดียวข้างมาก และการแจกแจงของตัวประมาณค่า เป็นแบบ t**



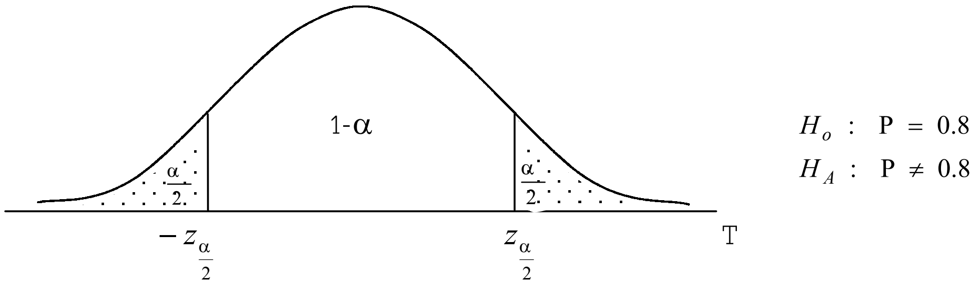
ภาพที่ 8.7 **แสดงพื้นที่ของการปฏิเสธสมมติฐานในกรณีที่เป็นการทดสอบทางเดียวข้างมาก และการแจกแจงของตัวประมาณค่าเป็นแบบ** χ^2



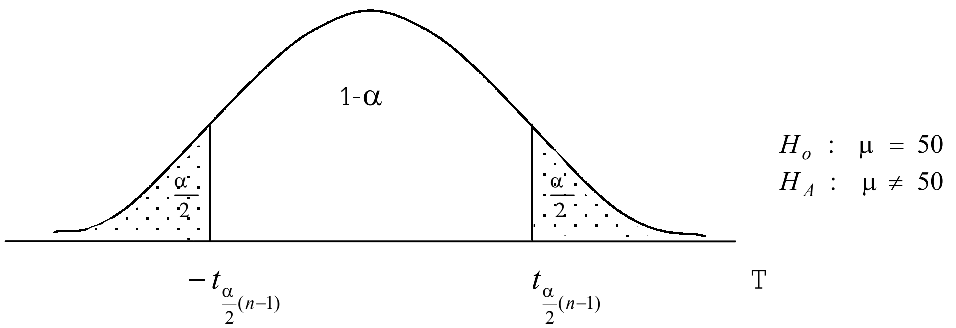
ภาพที่ 8.8 **แสดงพื้นที่ของการปฏิเสธสมมติฐานว่างในกรณีที่เป็นการทดสอบทางเดียวข้างมาก และการแจกแจงของตัวประมาณค่าเป็นแบบ F**

การทดสอบสองทาง

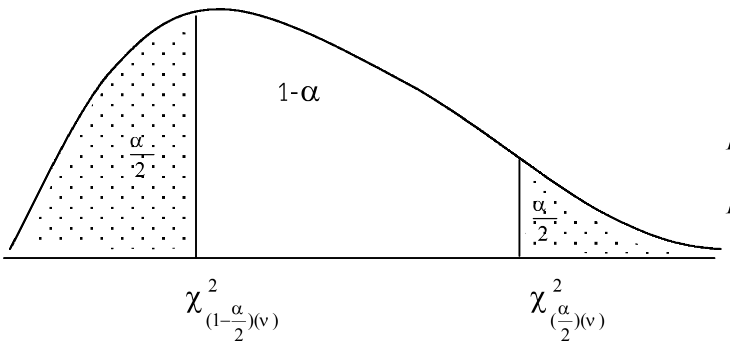
เป็นการตั้งสมมติฐานในกรณีที่เราคาดว่าถ้ามีการปฏิเสธสมมติฐานว่างแล้วไม่ทราบว่าสมมติฐานทางเลือกอื่นมีค่าพารามิเตอร์น้อยกว่าหรือมากกว่าค่าคงตัวในสมมติฐานว่าง ดังนั้นเราจึงแบ่ง α ออกไปสองข้าง ๆ ละ $\frac{\alpha}{2}$ พิจารณาได้จาก**ภาพที่ 8.9, 8.10, 8.11** และ **8.12**



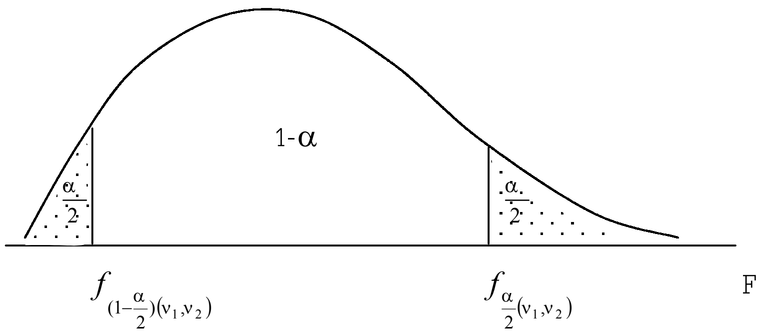
ภาพที่ 8.9 **แสดงพื้นที่ของการปฏิเสธสมมติฐานว่างในกรณีที่เป็นการทดสอบสองทางและการแจกแจงของตัวประมาณค่าเป็นแบบปกติมาตรฐาน**



ภาพที่ 8.10 **แสดงพื้นที่ของการปฏิเสธสมมติฐานว่างในกรณีที่เป็นการทดสอบสองทางและการแจกแจงของตัวประมาณค่าเป็นแบบ t**



ภาพที่ 8.11 **แสดงพื้นที่ของการปฏิเสธสมมติฐานว่างในกรณีที่เป็นการทดสอบสองทางและการแจกแจงของตัวประมาณค่าเป็นแบบ χ^2**



ภาพที่ 8.12 **แสดงพื้นที่ของการปฏิเสธสมมติฐานว่างในกรณีที่เป็นการทดสอบสองทางและแจกแจงของตัวประมาณค่าเป็นแบบ F**

เกณฑ์ในการยอมรับหรือปฏิเสธสมมติฐานว่าง (Criterion for Accept or Reject Null Hypothesis)

เกณฑ์ในการยอมรับหรือปฏิเสธสมมติฐาน ขึ้นอยู่กับระดับนัยสำคัญ ดังที่อธิบายไว้ในหัวข้อที่ผ่านมา ซึ่งเราสามารถนำมาเปรียบเทียบกับค่าตัวแปรของการแจกแจงของความน่าจะเป็น (Probability Distribution) อาทิเช่น ค่า Z, T, χ^2 และ F โดยเรียกขอบเขตในการปฏิเสธสมมติฐานว่างว่า เขตวิกฤต (Critical Region) ซึ่งสัมพันธ์กับระดับนัยสำคัญอันขึ้นอยู่กับการตั้งสมมติฐานว่าเป็นแบบทางเดียวข้างน้อย ทางเดียวข้างมาก หรือสองทาง โดยพอจะสรุป ดัง**ตารางที่ 8.1** ต่อไปนี้

ตารางที่ 8.1 **แสดงหาเขตวิกฤตในกรณีต่าง ๆ**

จากรูปที่	สมมติฐานว่าง	สมมติฐานทางเลือกอื่น	เขตวิกฤต
1	$P = 0.8$	$P < 0.8$	$Z < -z_{\alpha}$
2	$\mu = 50$	$\mu < 50$	$T < -t_{\alpha\ (n-1)}$
3	$\sigma^2 = 2$	$\sigma^2 < 2$	$\chi^2 < \chi^2_{(1-\alpha)(\nu)}$
4	$\sigma_1^2 = T_2^2$	$\dfrac{\sigma_2^2}{\sigma_2^2} < 1$	$F < f_{(1-\alpha)(\nu_1,\nu_2)}$
5	$P=8$	$P>0.8$	$Z> z_{\alpha}$
6	$\mu = 50$	$\mu < 50$	$T > t_{\alpha(n-1)}$
7	$\sigma^2 = 2$	$\sigma_2^2 > 2$	$x^2 > x^2_{\alpha(\nu)}$
8	$\sigma_1^2 = \sigma_2^2$	$\dfrac{\sigma_2^2}{\sigma_2^2} > 1$	$F> f_{\alpha\,(\nu_1,\nu_2)}$
9	$P=0.8$	$P \neq 0.8$	$Z<- z_{\frac{\alpha}{2}}$ และ $Z> z_{\frac{\alpha}{2}}$
10	$\mu = 50$	$\mu \neq 50$	$T < -t_{\frac{\alpha}{2}(n-1)}$ และ $T > t_{\frac{\alpha}{2}(n-1)}$
11	$\sigma^2 = 2$	$\sigma^2 \neq 2$	$\chi^2 < x^2_{(1-\frac{\alpha}{2})(\nu)}$ และ $\chi^2 > x^2_{\frac{\alpha}{2}(\nu)}$
12	$\sigma_1^2 = \sigma_2^2$	$\dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \neq 1$	$F < f_{(1-\frac{\alpha}{2})(\nu_1,\nu_2)}$ และ $F > f_{\frac{\alpha}{2}(\nu_1,\nu_2)}$

ความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 และความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 2 (Type I Error and Type II Error)

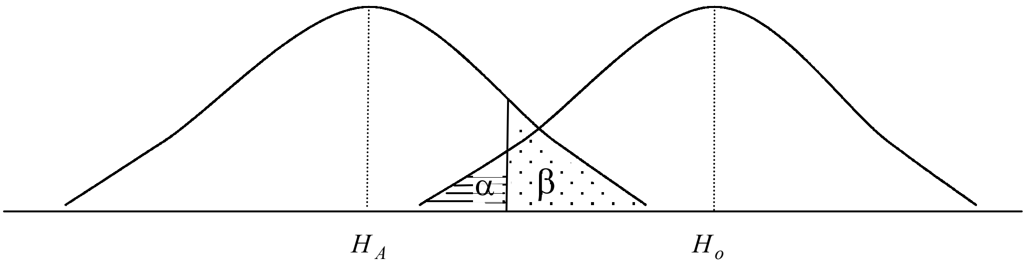
ถ้าสมมติฐานว่างเป็นจริง แต่ข้อมูลที่ได้จากตัวอย่างคำนวณค่าสถิติตกอยู่ในช่วงเขตวิกฤต ทำให้เราปฏิเสธสมมติฐานที่เป็นจริง เรียกว่าเกิดความผิดชนิดที่ 1 ความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดชนิดที่ 1 แทนด้วย α เรียกว่า ระดับนัยสำคัญ

ถ้าสมมติฐานว่างไม่จริง แต่ข้อมูลที่ได้จากตัวอย่างคำนวณค่าสถิติตกอยู่ในช่วงยอมรับทำให้เรายอมรับสมมติฐานว่าง เรียกว่าเกิดความผิดชนิดที่ 2 ความน่าจะเป็นจะเกิดความผิดชนิดที่ 2 แทนด้วย β

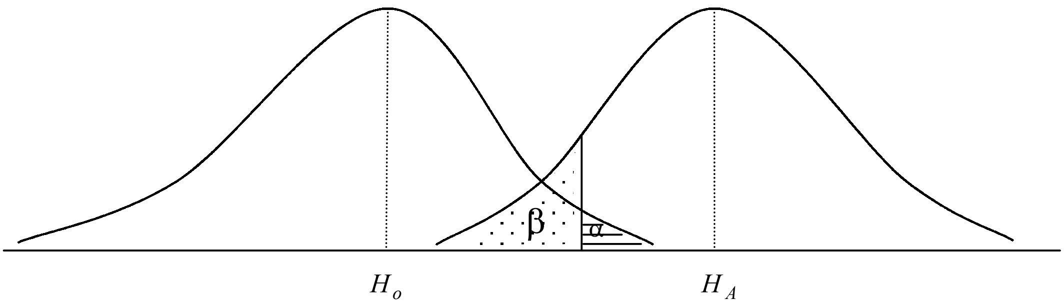
ส่วน $1-\beta$ เรียกว่าเป็นกำลังของการทดสอบ (Power of The Test) ซึ่งพอจะสรุปความสัมพันธ์ดังตาราง

ข้อสรุปจากตัวอย่าง	สมมติฐานว่างเป็นจริง	สมมติฐานว่างไม่จริง
ปฏิเสธสมมติฐานว่าง	ความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1	ถูกต้อง
ยอมรับสมมติฐานว่าง	ถูกต้อง	ความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 2

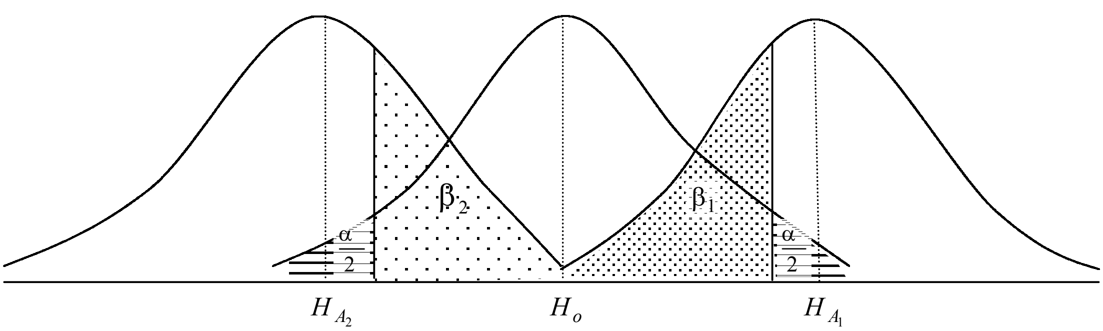
พิจารณา α และ β ได้ในแต่ละกรณี ดังนี้



ภาพที่ 8.13 **แสดง α และ β ในกรณีการทดสอบทางเดียวข้างน้อย**



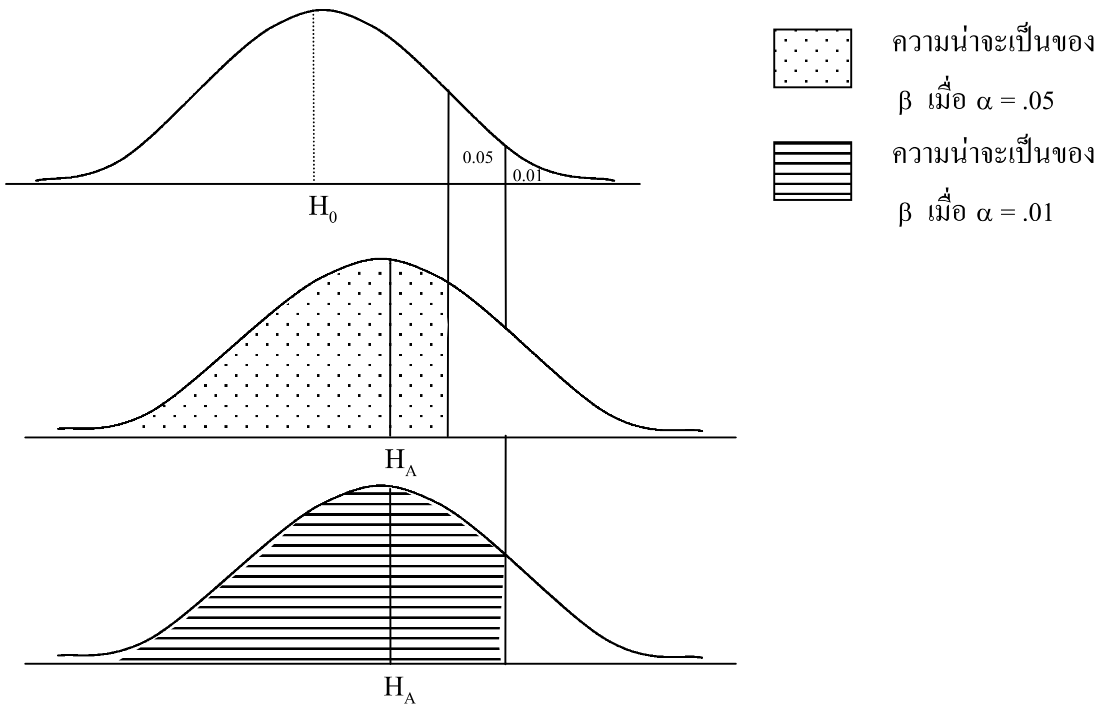
ภาพที่ 8.14 **แสดง α และ β ในกรณีการทดสอบทางเดียวข้างมาก**



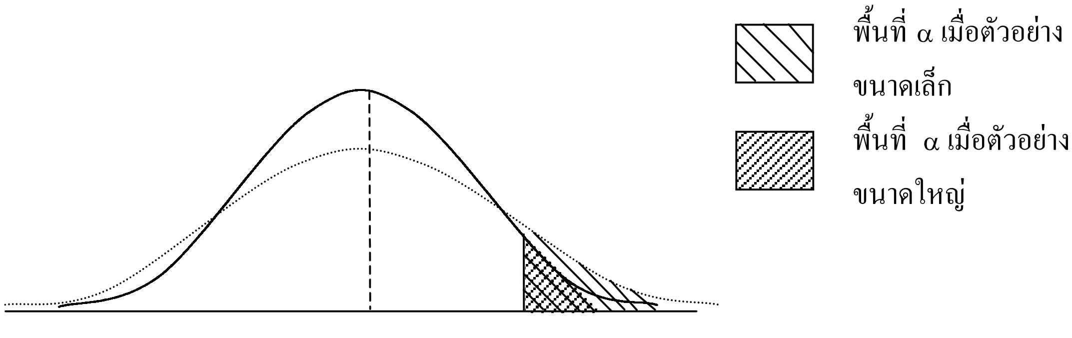
ภาพที่ 8.15 **แสดง α และ β ในกรณีการทดสอบสองทาง**

ความสัมพันธ์ของ α และ β

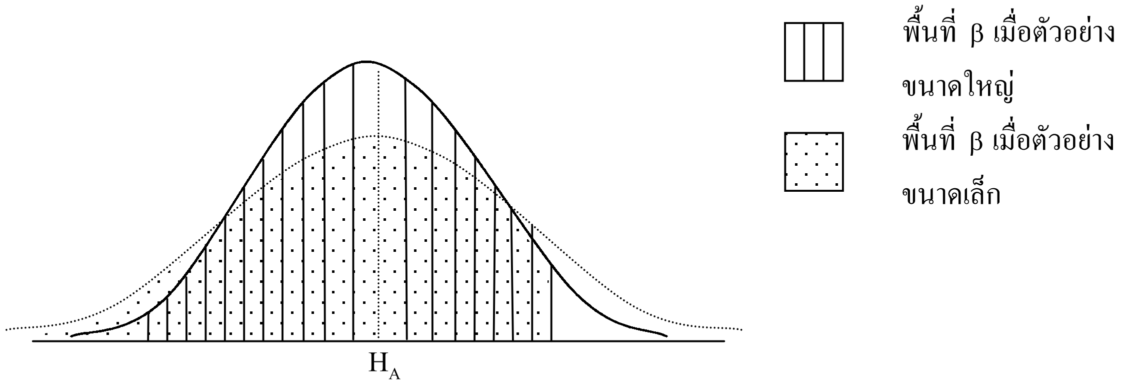
ทั้ง α และ β เป็นความน่าจะเป็นของความผิดพลาดที่เกิดขึ้น ดังนั้นในทางปฏิบัติเราต้องพยายามทำให้ทั้ง α และ β มีค่าน้อยที่สุด แต่โดยปกติ α และ β จะเป็นปฏิภาคผกผันกัน นั่นคือ ถ้าลด α ลง ค่า β ก็จะเพิ่มขึ้น หรือถ้าลดค่า β ค่า α ก็จะเพิ่มขึ้น ซึ่งพิจารณาได้จากภาพ



แต่เราสามารถที่จะลด α และ β พร้อม ๆ กันได้ โดยเพิ่มอนาคตของตัวอย่าง เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ขึ้น ก็สามารถที่จะลด α และ β ลงได้ ซึ่งจะพิจารณาได้จากภาพ



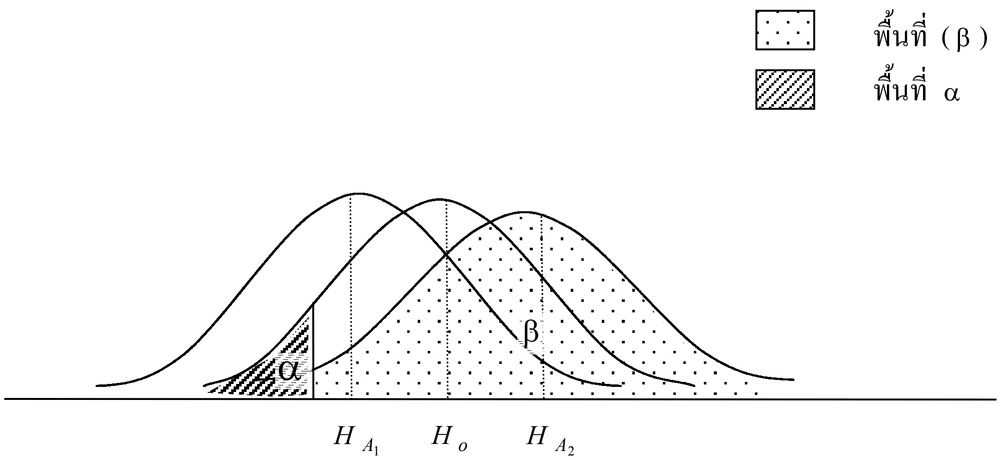
ภาพที่ 8.16 **แสดงขนาด ของ α เมื่อตัวอย่างขนาดเล็กและตัวอย่างขนาดใหญ่**



ภาพที่ 8.17 **แสดงขนาดของ** β **เมื่อตัวอย่างขนาดเล็กและตัวอย่างขนาดใหญ่**

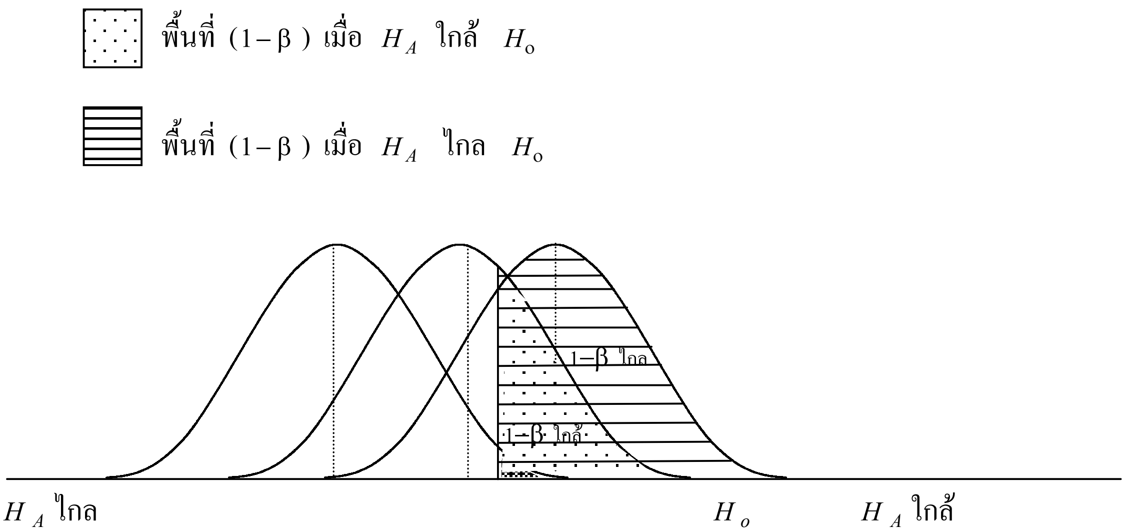
ผลกระทบต่อกำลังของการทดสอบ (1- β **)**

กำลังของการทดสอบจะมีค่าน้อยมาก แสดงว่าความน่าจะเป็นของความผิดชนิดที่ 2 มีค่ามาก ในกรณีที่เราตั้งสมมติฐานการทดสอบทางเดียวได้ H_A ที่ถูกต้องจะมีค่าน้อยกว่า H_o พิจารณาได้จากภาพที่ผ่านมา สมมติฐานทางเลือกที่ถูกต้อง ก็คือ H_{A_2} แต่ เราไปตั้งเป็น H_{A_1}



ภาพที่ 8.18 **แสดง** $1-\beta$ **ในกรณีที่ตั้งสมมติฐานการทดสอบทางเดียวผิดข้าง จะเห็นว่าพื้นที่** **(**$1-\beta$**) ใน** H_{A_2} **ที่ถูกต้องนั้นมีค่าน้อยมาก และอาจจะเป็นศูนย์ ถ้า** H_{A_2} **มีค่าห่างจาก** H_o **พอสมควร**

ในกรณีที่ตั้งสมมติฐานทางเลือกถูกต้องตามที่ควรจะเป็นค่าของกำลังการทดสอบ ก็จะมีค่ามากขึ้น ถ้า H_A อยู่ห่างจาก H_o มาก และจะน้อยลง ถ้า H_A มีค่าเข้าใกล้ H_o มาก พิจารณาได้จากภาพ



ภาพที่ 8.19 **แสดงเปรียบเทียบ** $(1-\beta)$ **กรณีที่** H_A **ใกล้** H_o **กับ** H_A **ไกล** H_o

ตัวอย่าง ในการสอบแบบเลือกตอบ 20 ข้อ แต่ละข้อมีคำตอบให้เลือก 4 หนทาง และมีคำตอบถูกเพียงคำตอบเดียว และถ้าผู้สอบทำคะแนนได้ตั้งแต่ 9 ข้อ แสดงว่ามีความรู้เกี่ยวกับข้อสอบ จงหา α และ β เมื่อสมมติฐานทางเลือก มีโอกาสที่จะตอบถูกร้อยละ 50

วิธีทำ (1) ตั้งสมมติฐานว่าง : ผู้สอบตอบโดยไม่มีความรู้ (เดาตอบ)

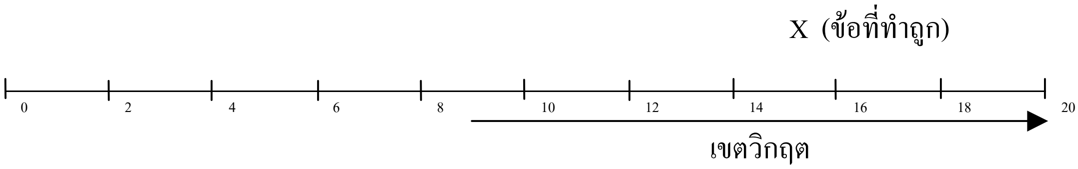
สมมติฐานทางเลือก : ผู้สอบมีความรู้ในเรื่องที่สอบ

ตั้งเป็นสัญลักษณ์

$$H_o \; : \; P = \frac{1}{4}$$

$$H_A \; : \; P > \frac{1}{4}$$

(2) เขตวิกฤตกำหนดโดย ถ้าตอบถูกตั้งแต่ 9 ข้อขึ้นไป แสดงว่ามีความรู้ในเรื่องที่สอบ



(3) α คือความน่าจะเป็นของความผิดปกติชนิดที่ 1

$$= P\{X > 9 \mid P = \frac{1}{4}\}$$

$$= \sum_{x=9}^{20} b\,(X,20,\frac{1}{4})$$

$$= \sum_{X=9}^{20} \binom{20}{X} \left(\frac{1}{4}\right)^{x} \left(\frac{3}{4}\right)^{20-x}$$

$$= 1 - \sum_{x=0}^{8} \binom{20}{X} \left(\frac{1}{4}\right)^{x} \left(\frac{3}{4}\right)^{20-x} = 0.0409$$

(4) β คือความน่าจะเป็นของความผิดชนิดที่ 2 เมื่อสมมติฐานทางเลือกคือ

$$P = \frac{1}{2}$$

$$\beta = P\{X < 9 \mid P = \frac{1}{2}\}$$

$$= \sum_{X=0}^{8} b\left(X;20,\frac{1}{2}\right)$$

$$= \sum_{X=0}^{8} \binom{20}{X} \left(\frac{1}{2}\right)^{x} \left(\frac{1}{2}\right)^{20-X}$$

$$= 0.2517$$

ตอบ

ในกรณีที่ตัวอย่างมีขนาดใหญ่ขึ้น เราสามารถพิจารณาขนาดของ α และ β ได้จาก ตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง จากโจทย์ตัวอย่างที่ผ่านมา แต่ทำการทดสอบ 100 ข้อ และถ้าทำข้อสอบถูกมากกว่า 37 ข้อ จะถือว่าปฏิเสธสมมติฐานว่าง

$$\alpha = \sum_{X=37}^{100} \binom{100}{X} \left(\frac{1}{4}\right)^{X} \left(\frac{3}{4}\right)^{100-X}$$

ประมาณโดยโค้งปกติมาตรฐานโดย $\mu = np = 100\left(\frac{1}{4}\right) = 25$

$$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{100.\frac{1}{4}.\frac{3}{4}} = 4.33$$

$$\alpha = p\{X > 36.5 \mid N(X;25,4.33)\}$$

$$= p\{Z>2.6559\}$$

$$= 0.0039$$

ตอบ

$$\beta = \sum_{X=0}^{36} \binom{100}{X} \left(\frac{1}{2}\right)^X \left(\frac{1}{2}\right)^{100-X}$$

ประมาณโดยโค้งปกติมาตรฐานโดย $\mu = 100\left(\frac{1}{2}\right) = 50$

$$\sigma = \sqrt{100.\frac{1}{2}.\frac{1}{2}} = 5$$

$$\beta = p\{X < 36.5 \mid \mathrm{N(X;50,5)}\}$$

$$\beta = p\{Z < -2.7\}$$

$$= 0.0035$$

<u>ตอบ</u>

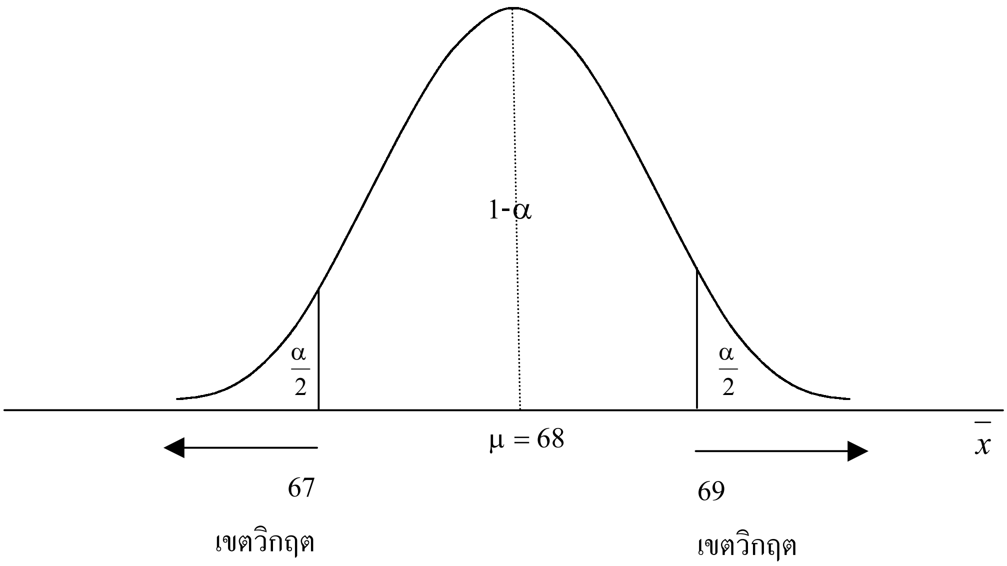
ตัวอย่าง มีผู้ตั้งข้อสังเกตว่าความสูงของนักศึกษาปีที่ 1 ในปัจจุบัน มีความสูงเฉลี่ยไม่เท่ากับ 68 นิ้ว ดังที่เคยบันทึกเอาไว้ เมื่อ 5 ปีที่แล้ว ถ้ากำหนดให้ขอบเขตวิกฤตที่จะปฏิเสธความสูงเฉลี่ยเดิม ถ้าค่าเฉลี่ยของความสูงในปัจจุบันน้อยกว่า 67 นิ้ว หรือมากกว่า 69 นิ้ว และทำการศึกษาโดยสุ่มตัวอย่างนักศึกษามา 36 คน คำนวณหาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.6 นิ้ว จงคำนวณหาค่า α และ β เมื่อสมมติฐานทางเลือก = 70 นิ้ว

วิธีทำ (1) ตั้งสมมติฐาน

H_o : $\mu = 68$

H_A : $\mu \neq 68$

(2) กำหนดขอบเขตวิกฤต $\overline{X} < 67$ และ $\overline{X} > 69$ เนื่องจากเป็นตัวแปรเชิงสุ่มแบบต่อเนื่อง ที่มีการแจกแจงแบบปกติ ดังนั้นสามารถพิจารณาได้จากภาพต่อไปนี้



(3) $= P\{\overline{X} < 67 \mid \mu = 68\} + P\{\overline{X} > 69 \mid \mu = 68\}$

แปลงเป็นค่าปกติมาตรฐาน

$$Z_{67} = \frac{67-68}{\frac{3.6}{\sqrt{36}}} = -1.67$$

$$Z_{69} = \frac{69-68}{\frac{3.6}{\sqrt{36}}} = 1.67$$

$$\alpha = P\{Z < -1.67\} + P\{Z > 1.67\}$$

$$= 0.0950$$ **ตอบ**

$\beta = P\{67 \le \overline{X} \le 69 \mid \mu = 70\}$

แปลงเป็นค่าปกติมาตรฐาน

$$Z_{67} = \frac{67-68}{\frac{3.6}{\sqrt{36}}} = -1.67$$

$$Z_{69} = \frac{69-68}{\frac{3.6}{\sqrt{36}}} = -1.67$$

$$\alpha = P\{Z < -1.67\} + P\{Z > 1.67\}$$

$$= 0.0950$$ **ตอบ**

$$Z_{67} = \frac{67-70}{\frac{3.6}{\sqrt{36}}} = -5$$

$$Z_{69} = \frac{69-70}{\frac{3.6}{\sqrt{36}}} = 1.6667$$

$$\beta = P\{-5 \le Z \le -1.6667\}$$

$$= 0.0475$$ **ตอบ**

ตัวอย่าง จากตัวอย่างที่ผ่านมา ถ้าสุ่มตัวอย่างนักศึกษามา 64 คน จงหาค่าของ α และ β เมื่อสมมติฐานทางเลือก $\mu = 70$

วิธีทำ $\alpha = P\{\overline{X} < 67 \mid \mu = 68\} + P\{\overline{X} > 69 \mid \mu = 68\}$

แปลงเป็นค่าปกติมาตรฐาน

$$Z_{67} = \frac{67-68}{\frac{3.6}{\sqrt{64}}} = -2.22$$

$$Z_{69} = \frac{69-68}{\frac{3.6}{\sqrt{64}}} = 2.22$$

$$\alpha = P\{Z < -2.22\} + P\{Z > 2.22\}$$

$$= 0.0264$$ **ตอบ**

$\beta = P\{67 \le \overline{X} \le 69 \mid \mu = 70\}$

แปลงเป็นค่าปกติมาตรฐาน

$$Z_{67} = \frac{67-70}{\frac{3.6}{\sqrt{64}}} = -6.67$$

$$Z_{69} = \frac{69-70}{\frac{3.6}{\sqrt{64}}} = -2.22$$

$$\beta = P\{06.67 \le Z \le -2.22\}$$

$$= 0.0132$$ **ตอบ**

ดังนั้นพอจะสรุปความองค์ประกอบ ที่มีผลกระทบต่อ α และ β ดังต่อไปนี้

1. ถ้า α มีค่ามากขึ้น ค่า β จะลดลง

   ถ้า β มีค่ามากขึ้น ค่า α จะลดลง

2. ถ้า α ลดลงจะทำให้ขอบเขตวิกฤตลดลงด้วย แต่ขอบเขตการยอมรับจะเพิ่มขึ้น

3. ถ้าขนาดของตัวอย่าง (n) มากขึ้น ค่า α และ β จะลดลง

4. ถ้าสมมติฐานว่างไม่เป็นจริง ค่า β จะมีค่ามากขึ้น เมื่อสมมติฐานทางเลือกมีค่าใกล้สมมติฐานว่าง ถ้าสมมติฐานว่างทางเลือกไกลสมมติฐานว่างเท่าใด ค่า β ก็ยิ่งจะลดลงเท่านั้น

สรุป

กิจกรรมต่อเนื่อง ตอนที่ 8.5

1. ศึกษาผ่านสื่อปฏิสัมพันธ์ผ่านจอภาพ การบรรยาย หน่วยที่ 8 การวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติด้วยโปรแกรมสำเร็จรูป SPSS ตอนที่ 8.5 การตีความจากผลการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยสถิติ
2. ศึกษาด้วยตนเองผ่านสื่อบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน หน่วยที่ 8 การวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติด้วย โปรแกรมสำเร็จรูป SPSS ตอนที่ 8.5 การตีความจากผลการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยสถิติ
3. ทำกิจกรรมประกอบการเรียนในคู่มือการเรียนประจำวิชาเทคโนโลยีสารสนเทศ 2 หน่วยที่ 8 การวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติด้วย โปรแกรมสำเร็จรูป SPSS ตอนที่ 8.5 การตีความจากผลการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยสถิติ
4. ทำกิจกรรมเสริมประสบการณ์ในแผนกิจกรรมการเรียนประจำวิชาเทคโนโลยีสารสนเทศ 2 หน่วยที่ 8 การวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติด้วย โปรแกรมสำเร็จรูป SPSS ตอนที่ 8.5 การตีความจากผลการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยสถิติ